**Задача №3 Закон распределения времени пребывания в подмножестве состояний**

В условиях задачи №2 найдите закон распределения времени пребывания Марковского процесса в подмножестве состояний . Выпишите плотность в виде смеси распределений, укажите параметры смеси. Найдите среднее время пребывания системы в подмножестве состояний .

1

4

2

3

5

3

1

1

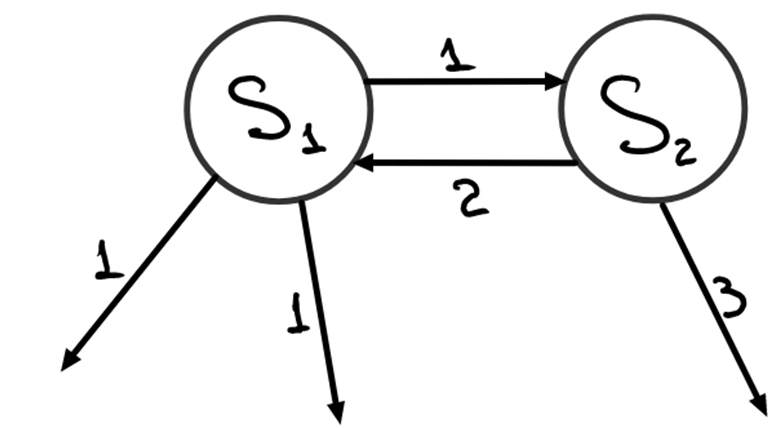
5

2

Начальные условия удовлетворяют условию: .

**Решение:**

1. Редуцированный граф:



1. Система уравнений Колмогорова для редуцированного графа.

Решим систему операционным методом:

Тогда получим:

Решение в образах:

Запишем матрицу коэффициентов при ,

M1 = Matrix([[s+3, -2], [-1, s+5]])

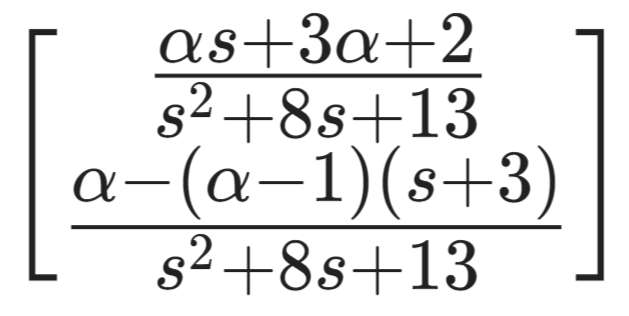
Также запишем вектор свободных коэффициентов:

Vec1 = Matrix([alpha, 1-alpha])

Решим матричное уравнение:

Sol1 = simplify(M1\*\*(-1)\*Vec1)

Sol1



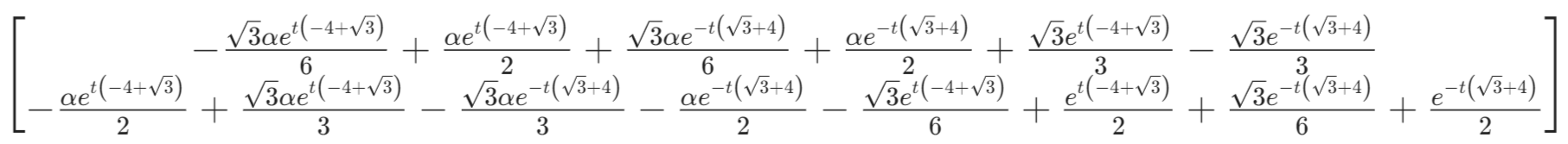
1. Выполним обратное преобразование Лапласа.

p\_1 = powsimp(expand(inverse\_laplace\_transform((alpha\*s + 3\*alpha + 2)/(s\*\*2 + 8\*s + 13), s, t)))

p\_2 = powsimp(expand(inverse\_laplace\_transform((alpha - (alpha - 1)\*(s + 3))/(s\*\*2 + 8\*s + 13), s, t)))

p = Matrix([p\_1, p\_2])

p



Перепишем:

1. Плотность распределения времени пребывания в U = в виде смеси распределений:

где – суммарный выходной поток вероятностей

Следовательно, в нашем случае при получаем:

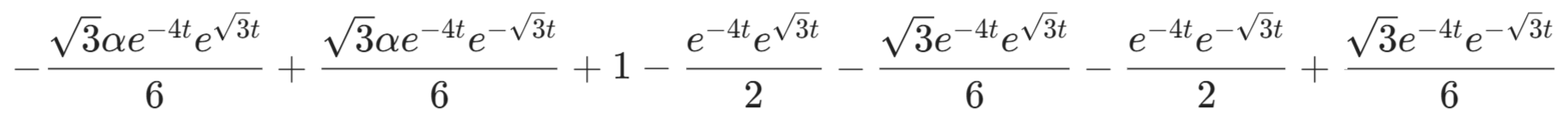
Таким образом, представляет собой смесь показательных законов:

1. Закон распределения времени пребывания в *U*:

p\_u = (2 \* p\_1 + 3 \* p\_2)

F = integrate(p\_u, (t, 0, t))

F



Перепишем это выражение с помощью гиперболических функций:

1. Среднее время пребывания системы в *U*:

M\_u = integrate(t\*p\_u, (t, 0, oo))

M\_u.simplify()

Кроме того, среднее время ожидание можно вычислить по другой формуле, исходя из того, что представляет собой смесь показательных законов:

**Вывод**:

В результате выполнения работы были найдены плотность, закон распределения времени пребывания и среднее время пребывания системы в *U*.